

# Der zeitliche Temperaturverlauf in elektrischen Kontakten

Kohler, Max  
Zielasek, Gotthold

Veröffentlicht in:  
Abhandlungen der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 4, 1952,  
S. 117-126



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

# Der zeitliche Temperaturverlauf in elektrischen Kontakten \*)

Von **M. Kohler** und **G. Zielasek**

Mit 8 Abbildungen

Vorgelegt von Herrn **E. Justi**

*Abstract: R. Holm has given a simple calculation of the temperature in electrical switching contacts assuming a spherical symmetry of the effective contact area. Here the present authors give a more precise derivation of the temperature dependence on time assuming a contact model better corresponding to the technical conditions. Thus the effective contact area is assumed to have cylindrical symmetry. In consequence the calculations become more difficult. The equations are solved in terms of the Green functions of the thermal conduction formulae. The authors solve the integrals by numerical methods. These results are compared with the above mentioned simple formulae of Holm and it is shown that there exist strong deviations especially immediately after switching in the current; this temperature rise amounts to about 40% of the previous formulae only.*

## 1. Einleitung

Die Erwärmung eines Stromengebietes durch den elektrischen Strom spielt in der Kontaktlehre eine wichtige Rolle. Als Beispiel sei die Frage der Strombelastbarkeit und auch die Feinwanderung erwähnt, die dadurch zustande kommt, daß beim Auseinandergehen eines Abhebekontaktes mit nachlassender Kontaktlast die effektiven Kontaktflächen ständig verkleinert werden; dabei wächst die Stromdichte an, und es tritt eine Temperaturerhöhung ein, die schließlich zum Schmelzen des Kontaktmaterials an der letzten Berührungsstelle führt. Der Temperaturverlauf ist zeitlich abhängig und erreicht im stationären Falle einen Höchstwert. Holm<sup>1)</sup> hat erstmals den zeitlichen Verlauf der Erwärmung eines Stromengebietes berechnet und dazu den einfachsten Fall eines Kontaktmodells nach Abb. 1 mit kugelsymmetrischer Stromlinienschar vorausgesetzt.

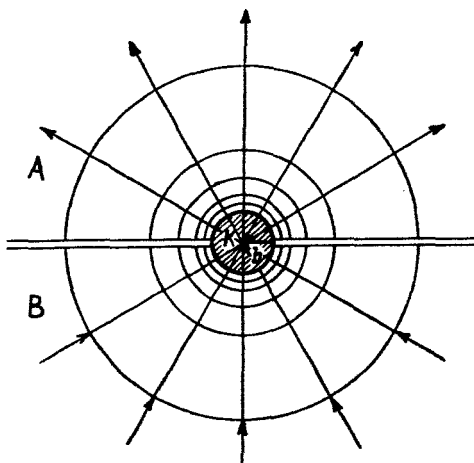


Abb. 1. Vereinfachtes Modell einer Stromenge; radiale Stromlinien und kugelförmige, konzentrische Äquipotentialflächen.

\*) 2. Mitteilung von E. Justi, M. Kohler und Mitarbeitern über die technische Physik elektrischer Kontakte. 1. Mitteilung: E. Justi und Hermann Schultz, „Neue Versuche zur Deutung der Feinwanderung in elektrischen Abhebekontakten“. Abhdlg. d. Braunsch. Wiss. Gesellsch. 1 (1949), S. 89 bis 100.

Die Kontaktfläche ist hier durch die Oberfläche einer die Elektrizität und die Wärme unendlich gut leitenden Kugel  $K$  vom Radius  $b$  ersetzt. Auf Grund

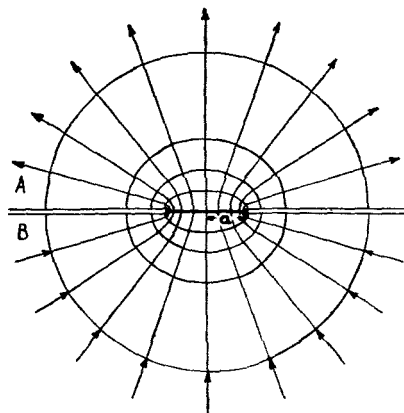


Abb. 2. Stromlinien und Äquipotentialflächen in einem Stromengebiet.

dieses idealisierten Modelles werden natürlich die Berechnungen verhältnismäßig einfach. Eine bessere Annäherung an die Wirklichkeit stellt jedoch ein Kontaktmodell mit einer kreisförmigen Berührungsfläche dar. Die Stromlinien haben dann den Verlauf, wie sie Abb. 2 zeigt: die Äquipotentialflächen sind Rotationsellipsoide.

Bei seinen Berechnungen hat Holm infolge mathematischer Schwierigkeiten das vereinfachte Modell (Abb. 1) zugrunde gelegt und dann Abschätzungen über die Abweichung dieses Falles von der Normalform (Abb. 2) durchgeführt. Er fand die Kurve 1 der Abb. 3 für den zeitlichen Verlauf der Temperatur für kleine Zeiten. Die Kurven 2 der Abb. 3 geben nach Holm den mutmaßlichen Verlauf dieser Temperaturabhängigkeit beim Normalmodell (Abb. 2). Es sei hier schon erwähnt, daß die Kurve 3 in Abb. 3 den von uns streng berechneten Temperaturverlauf angibt.

Um genauen Aufschluß über den Temperaturverlauf zu erhalten, haben wir eine strenge Berechnung für den Fall des Kontaktes mit kreisförmiger Berührungsfläche durchgeführt. Dabei ist die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes vorausgesetzt. Abweichun-

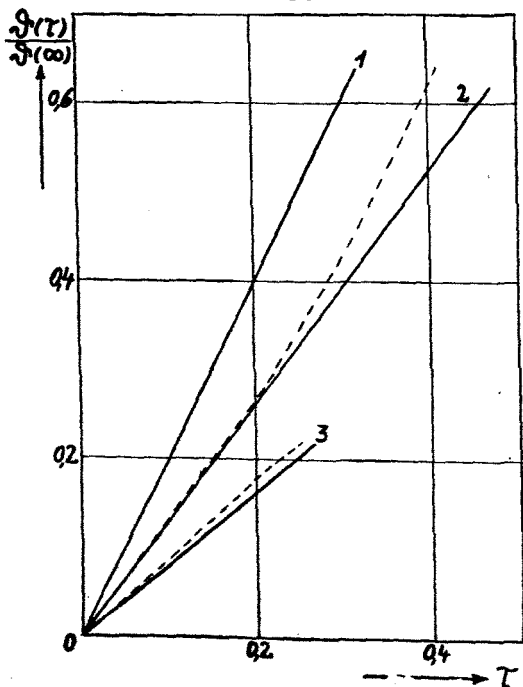


Abb. 3. Zeitlicher Temperaturverlauf in elektrischen Kontakten für sehr kleine Zeiten (Anfangsgeradung).

- $\tau$ : Maß für die Zeit (siehe (2,9) und Vermerk unter Abb. 8
- $\theta(\tau)$ : Übertemperatur zur Zeit  $\tau$
- $\theta(\infty)$ : Übertemperatur im stationären Zustande, für  $\tau = \infty$ .

gen treten nach Bridgman<sup>6)</sup> bei Stromdichten von  $i > 10^6$  Amp./cm<sup>2</sup> auf, nach der Quantentheorie erst bei  $> 10^8$  Amp./cm<sup>2</sup>, wie sie in Stromengen annähernd erreicht werden.

## 2. Strenge Berechnung des zeitlichen Temperaturverlaufes und Diskussion der Ergebnisse

Wir wollen den zeitlichen Temperaturverlauf in einer Stromenge eines elektrischen Kontaktes berechnen, nachdem plötzlich die konstante Stromstärke  $I$  fließt. Vorher möge der Kontakt stromlos gewesen sein. Es wird die wärmste Stelle des Kontaktes untersucht, weil sie besonders interessiert. Sie liegt in der Berührungsfläche. Beide Elektroden sollen aus demselben Material sein (ohne Fremdschicht). Wir führen diese Theorie für den Kontakt mit einer kreisförmigen Berührungsfläche (Abb. 2) durch und gehen aus von der Lösung der Wärmeleitungsgleichung für kontinuierliche Wärmequellen, bei der pro Zeiteinheit im Punkte  $P'(x', y', z')$ , von der Zeit  $t = 0$  ab einsetzend, je Volumeneinheit die Wärmemenge  $Q$  erzeugt wird:

$$\vartheta = T - T_0 = \frac{1}{8 \cdot (\pi \kappa)^{3/2}} \cdot \int_{(V')} \int_0^t \frac{Q}{s \cdot c} \cdot e^{-\frac{r^2}{4\kappa(t-t')}} \cdot \frac{dt'}{(t-t')^{3/2}} \cdot dV'. \quad (1,1)$$

$\vartheta$ : Temperaturerhöhung im Punkte  $P(x, y, z)$

$s$ : Dichte

$c$ : spezifische Wärme

$$\kappa = \frac{\lambda}{s \cdot c}. \quad (2,1)$$

$\lambda$ : Wärmeleitvermögen

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 \quad (2,2)$$

Wählt man als Ausgangspunkt (Aufpunkt) den Mittelpunkt der Kontaktfläche (Koordinatenursprung), so erhält man aus (1,1):

$$\vartheta = \frac{1}{8 \cdot s \cdot c \cdot (\pi \cdot \kappa)^{3/2}} \cdot \int_{(V')} \int_0^t Q \cdot e^{-\frac{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}{4\kappa(t-t')}} \cdot \frac{dt'}{(t-t')^{3/2}} \cdot dV'. \quad (1,2)$$

Die Joulesche Wärme je Volum- und Zeiteinheit ist:

$$Q = \sigma \cdot |\text{grad } \psi|^2. \quad (3,1)$$

$\sigma$ : spezifische elektrische Leitfähigkeit

$\psi$ : elektrisches Potential

Für den Fall der kreisförmigen Berührungsfläche führen wir elliptische Koordinaten ein, wobei:

$$x' = a \cdot \sqrt{(1 + \xi^2) \cdot (1 - \eta^2)} \cdot \cos \psi \quad (4,1)$$

$$y' = a \cdot \sqrt{(1 + \xi^2) \cdot (1 - \eta^2)} \cdot \sin \psi \quad (4,2)$$

$$z' = a \cdot \xi \cdot \eta \quad (4,3)$$

$$0 < \xi < \infty \quad (5,1)$$

$$-1 < \eta < +1 \quad (5,2)$$

$$0 < \psi < 2\pi \quad (5,3)$$

$a$ : Brennpunktabstand bzw. Radius der kreisförmigen Berührungsfläche.

Die Laplacesche Gleichung für das Potential  $\varphi$  lautet dann:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ (1 + \xi^2) \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ (1 - \eta^2) \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right] = 0. \quad (6,1)$$

Die Lösung dieser Gleichung für das Kontaktproblem ist:

$$\varphi = \frac{V}{\pi} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \xi \right). \quad (6,2)$$

$V$ : Kontaktspannung.

Gleichung (3,1) in elliptische Koordinaten umgerechnet ergibt:

$$Q(\xi, \eta) = \frac{\sigma \cdot V^2}{a^2 \cdot \pi^2 \cdot (\xi^2 + \eta^2) \cdot (1 + \xi^2)}. \quad (3,2)$$

Durch weitere Umrechnung von (1,2) in elliptische Koordinaten und Einsetzen von (3,2) ergibt sich schließlich unter Berücksichtigung von (5,1) bis (5,3) die Gleichung:

$$\vartheta = \frac{\sigma \cdot a \cdot V^2}{8 \cdot s \cdot c \cdot (\pi \cdot \kappa)^{3/2} \cdot \pi^2} \cdot \int_0^t \int_0^{\infty} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + \xi^2} \cdot e^{-\frac{a^2(1 + \xi^2 - \eta^2)}{4\kappa(t-t')}} \cdot \frac{dt'}{(t-t')^{3/2}} \cdot d\xi d\eta d\psi. \quad (1,3)$$

Die Integration nach  $\psi$  kann ohne weiteres erfolgen und ergibt den konstanten Faktor  $2\pi$ . Dann sind folgende Integrale zu lösen:

$$J_1 = \int_{-1}^{+1} e^{\gamma^2 \cdot \eta^2} \cdot d\eta, \quad (7,1)$$

wenn:

$$\gamma^2 = \frac{a^2}{4 \cdot \kappa \cdot (t - t')} \quad (2,3)$$

und:

$$J_2 = \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \xi^2} e^{-\gamma^2 \xi^2} \cdot d\xi. \quad (8,1)$$

(7,1) formen wir um<sup>2</sup>) in:

$$J_1 = \frac{2}{\gamma} \int_0^{\gamma} e^{\xi^2} \cdot d\xi, \quad (7,2)$$

wobei

$$\xi = \gamma \cdot \eta \quad (2,4)$$

Wir führen die Abkürzung ein:

$$\chi(\gamma) = \int_0^{\gamma} e^{\xi^2} \cdot d\xi, \quad (2,5)$$

so daß:

$$J_1 = \frac{2}{\gamma} \cdot \chi(\gamma). \quad (7, 3)$$

(8,1) läßt sich nach einer Methode von R. Gans<sup>3)</sup> auf das Gaußsche Fehlerintegral zurückführen. Es ergibt sich schließlich<sup>2)</sup>:

$$J_2 = e^{\gamma^2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \Phi_1(\gamma), \quad (8, 2)$$

wo

$$\Phi_1(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^\infty e^{-\beta^2} \cdot d\beta. \quad (2, 6)$$

Nach Einsetzen dieser Integrale und einfacher Umformung<sup>2)</sup> erhält man an Stelle von (1,3) die Gleichung:

$$\vartheta = \frac{\sigma \cdot V^2}{s \cdot c \cdot \kappa \cdot \pi^{3/2}} \cdot \int_G^\infty \frac{1}{\gamma} \cdot \chi(\gamma) \cdot \Phi_1(\gamma) \cdot d\gamma, \quad (1, 4)$$

wo

$$G = \frac{a}{2(\kappa \cdot t)^{1/2}}. \quad (2, 7)$$

Diese Integration läßt sich nur nach numerischen Methoden bewältigen. Für die unter dem Integral stehenden Funktionen liegen Tabellen vor. Die Funktion

$\chi(\gamma)$ , definiert durch (2,5), für  $\gamma$ -Werte von 0,01 bis 2,00, ist Tafelwerten zu entnehmen<sup>4)</sup>. Für  $\gamma$ -Werte von 0,1 bis 10,0 gibt es eine Tabelle<sup>5)</sup> der Funktion  $\chi(\gamma) \cdot e^{-\gamma^2}$ . Sie läßt sich nach Multiplikation mit  $e^{\gamma^2}$  ungefähr bis  $\gamma = 5,0$  gut in  $\chi(\gamma)$ -Werte umrechnen. Aus (2,6) folgt:

$$\Phi_1(\gamma) = \Phi(\infty) - \Phi(\gamma) = \quad (2, 8)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[ \int_0^\infty e^{-\beta^2} \cdot d\beta - \int_0^\gamma e^{-\beta^2} \cdot d\beta \right].$$

$\Phi$  ist das Gaußsche Fehlerintegral. Mit Hilfe der Tabelle haben wir die Funktion

$$f'(\gamma) = \frac{1}{\gamma} \cdot \chi(\gamma) \cdot \Phi_1(\gamma) \quad (9, 1)$$

für  $\gamma$ -Werte von 0 bis 3,45 auf 4 Dezimalstellen genau berechnet<sup>2)</sup>. Abb. 4 zeigt den Verlauf der Funktion  $f'(\gamma)$  in Abhängigkeit von  $\gamma$ .

Für größere Werte von  $\gamma$  benutzen wir asymptotische Dar-

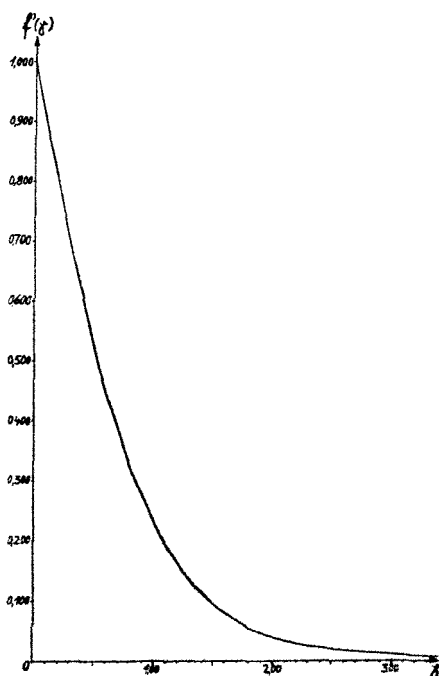


Abb. 4

stellungen der Funktionen  $\chi(\gamma)$  und  $\Phi_1(\gamma)$ . Die Funktion  $\chi(\gamma)$  läßt sich auf die Gaußsche Fehlerfunktion für imaginäre Argumente zurückführen. Für  $f'(\gamma)$  erhält man auf diese Weise die asymptotische Darstellung:

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} f'(\gamma) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \gamma^3}. \quad (9,2)$$

Bei der Berechnung von  $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} f'(\gamma)$  zeigte es sich, daß bereits für  $\gamma > 3,4$  die  $f'(\gamma)$ -Werte, nach der Grenzwertformel (9,2) berechnet, mit den tabellarisch berechneten Werten auf 4 Dezimalstellen übereinstimmten. Für größere Werte von  $\gamma$  benutzten wir daher die asymptotische Darstellung. Im Falle  $t = \infty$  muß die Lösung gegen den stationären Wert konvergieren. In diesem Falle ergibt sich in bekannter Weise die Temperaturerhöhung:

$$\vartheta(\infty) = \frac{\sigma \cdot V^2}{8 \cdot \lambda}. \quad (10,1)$$

Dieses liefert eine Kontrolle der numerischen Rechnung. Die numerische Integration liefert:

$$\vartheta(\infty) = \frac{0,6960}{\pi^{3/2}} \cdot \frac{\sigma \cdot V^2}{\lambda}. \quad (1,5)$$

Das ist auf 4 Dezimalstellen exakt identisch mit dem oben angegebenen exakten Wert. Allgemein wird aus (1,4):

$$\vartheta = \frac{\sigma \cdot V^2}{\lambda \pi^{3/2}} \left[ 0,6960 - \int_0^G f'(\gamma) d\gamma \right] \quad (1,6)$$

$\vartheta = \vartheta(t)$ , wenn  $a$  und  $V = \text{const.}$ , denn  $G = \frac{a}{2(\kappa t)^{1/2}}$ .

Tabelle 1 gibt das Ergebnis der numerischen Integration für eine Reihe von Werten von  $G$ .

Tabelle 1.

$G$	$\int_0^G f'(\gamma) d\gamma$	$G$	$\int_0^G f'(\gamma) d\gamma$
0,105	0,0989 <sub>1</sub>	1,205	0,5932 <sub>3</sub>
0,205	0,1822 <sub>5</sub>	1,305	0,6077 <sub>1</sub>
0,305	0,2557 <sub>1</sub>	1,405	0,6197 <sub>4</sub>
0,405	0,3199 <sub>9</sub>	1,505	0,6297 <sub>3</sub>
0,505	0,3758 <sub>3</sub>	1,605	0,6380 <sub>4</sub>
0,605	0,4240 <sub>0</sub>	1,705	0,6449 <sub>9</sub>
0,705	0,4652 <sub>5</sub>	1,805	0,6507 <sub>6</sub>
0,805	0,5003 <sub>4</sub>	1,905	0,6556 <sub>7</sub>
0,905	0,5300 <sub>1</sub>	2,000	0,6596 <sub>3</sub>
1,005	0,5549 <sub>8</sub>	3,05	0,6807 <sub>8</sub>
1,105	0,5758 <sub>3</sub>	3,45	0,6841 <sub>3</sub>

Die Übertemperatur  $\vartheta(\tau)$ , in der Endtemperatur  $\vartheta(\infty)$  als Einheit ausgedrückt, ist:

$$\vartheta(\tau) = \frac{8}{\pi^{3/2}} \cdot f(\tau) \cdot \vartheta(\infty). \quad (10,2)$$

Dabei ist  $\tau$  ein Maß für die Zeit:

$$\tau = \frac{1}{4 G^2} = \frac{\kappa}{a^2} \cdot t \quad (2,9)$$

$$f(\tau) = 0,6960 - \int_0^G f'(\gamma) d\gamma \quad (9,3)$$

$$\frac{\vartheta(\tau)}{\vartheta(\infty)} = 8 \cdot \frac{f(\tau)}{\pi^{3/2}} \quad (10,3)$$

Eine graphische Darstellung von  $\frac{\vartheta(\tau)}{\vartheta(\infty)}$  über  $\tau$  zeigt die Abb. 5.

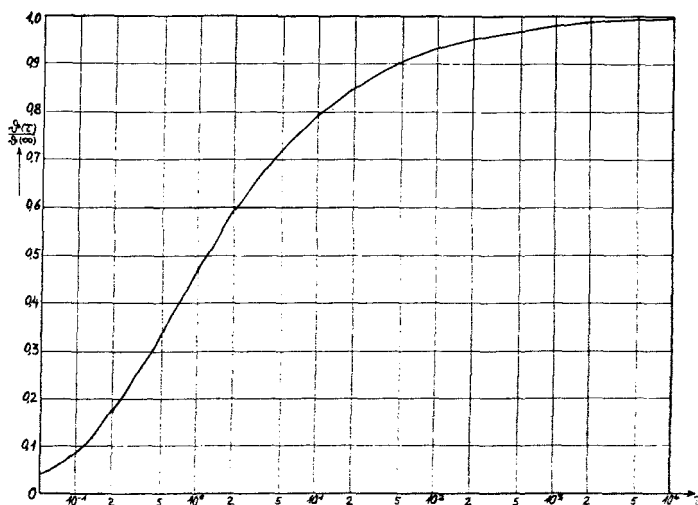


Abb. 5  
( $\tau$  im log-Maßstab)

Abb. 6 zeigt den anfänglichen Verlauf der Erwärmung eines Kontaktes nach Einschalten eines elektrischen Stromes:

Die Anfangsneigung der Kurve erhält man folgendermaßen: Für sehr kleine  $t$  ergibt sich aus Gleichung (1,4) und 9,2):

$$\vartheta = \frac{\sigma \cdot V^2}{\lambda \cdot \pi^2} \cdot \tau \quad (1,7)$$

Daraus:

$$\left( \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \right)_{\tau=0} = \frac{\sigma \cdot V^2}{\lambda \cdot \pi^2} \quad (11,1)$$

und

$$\frac{1}{\vartheta(\infty)} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \right)_{\tau=0} = \frac{8}{\pi^2} = 0,8106 \quad (11,2)$$

(Kurve 3 in Abb. 3)



Aus der Berechnung von Holm<sup>1)</sup> ergibt sich bei Annahme des Modells der Abb. 1:

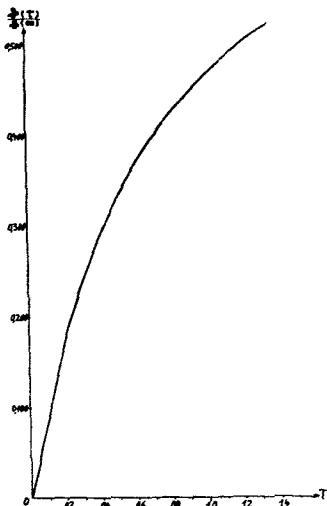


Abb. 6

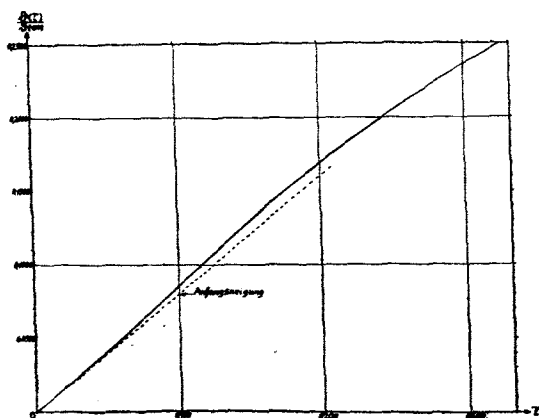


Abb. 7

deutlich, die wesentliche Verbesserung unserer Berechnung gegenüber der von Holm. Die Meßwerte drei verschiedener Messungen (siehe Abb. 8, I: •; II: ○; III: ×) haben wir einem Diagramm dieser Autoren<sup>7)</sup> entnommen. Darin waren die Werte dem der Holmschen Berechnung zugrunde liegenden Kontaktmodell (Abb. 1) angepaßt unter der Berücksichtigung, daß  $a > b^1)$  und:

$$\frac{1}{\theta(\infty)} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right)_{\tau=0} = 2 \quad (11, 3)$$

(Kurve 1 in Abb. 3)

und bei Annahme einer ebenen kreisförmigen Kontaktfläche (nach Abschätzungen von Holm<sup>1)</sup>):

$$\frac{1}{\theta(\infty)} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right)_{\tau=0} = 1, 3 \quad (11, 4)$$

(Kurve 2 in Abb. 3)

also 65% von dem Betrage im Falle (11,3). Unsere exakte Rechnung dagegen (11,2) zeigt, daß die Anfangsneigung nur 40,5% des Betrages im Falle (11,3) ausmacht. Nach einer Überlegung von Holm<sup>1)</sup> ist bei Annahme einer ebenen kreisförmigen Kontaktfläche zu erwarten, daß die Kurve der Abb. 6 im Bereich kleiner  $\tau$  einen Wendepunkt hat, wie es in Abb. 3 bei Kurve 2 angedeutet ist. Die graphische Darstellung Abb. 7 für kleine  $\tau$  zeigt, daß unsere Gleichung (1,4) bzw. (10,3) diesen Wendepunkt auch ergibt.

Eine ausgezeichnete Übereinstimmung der von uns berechneten Kurve des zeitlichen Temperaturverlaufes in elektrischen Kontakten mit experimentellen Ergebnissen nach Fink und Körner<sup>1)</sup> ist aus Abb. 8 zu ersehen. Sie zeigt

$$\tau^* = \frac{\kappa}{g \cdot a^2} \cdot t \quad (12, 1)$$

mit  $g_1 = 0,415$  für Fall I,  $g_2 = 0,388$  für Fall II und  $g_3 = 0,460$  für Fall III. Um diese Ergebnisse mit unseren Berechnungen zu vergleichen, haben wir sie auf Werte für

$$\tau = \frac{\kappa}{a^2} \cdot t \quad (2,9)$$

zurückgerechnet, wie sie in Wirklichkeit bei diesen Experimenten gefunden wurden.

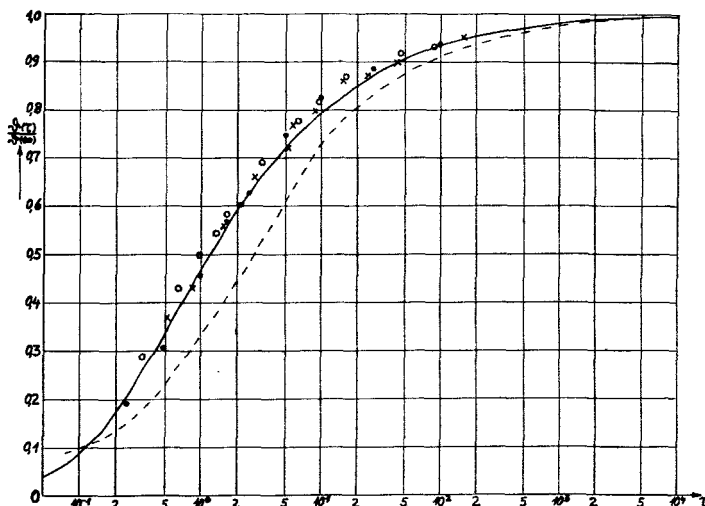


Abb. 8.<sup>o</sup> Zeitlicher Temperaturverlauf in elektrischen Kontakten für zwei gleiche Kontaktglieder. Die ausgezogene Kurve ergibt sich aus unseren Berechnungen für eine ebene, kreisförmige Kontaktfläche vom Radius  $a$  (Abb. 2). Die gestrichelte Kurve ist die von Holm berechnete bei Annahme des Modelles der Abb. 1. Die eingetragenen Einzelwerte sind experimentelle Ergebnisse nach Fink und Körner<sup>7)</sup> für Graphitkontakte.

(Für die gestrichelte Holmsche Kurve ist die Abszisse  $\tau = \frac{\kappa}{b^2} \cdot t$ .)

Ebenso wie Holm haben wir bei unserer Berechnung die Temperaturabhängigkeit von  $\sigma$  und  $\kappa$  nicht berücksichtigt. Nach Angaben von Holm sind diese Abweichungen aber sehr gering. Das zeigen auch die experimentellen Ergebnisse in Abb. 8, die eine sehr geringe Abweichung von unserer Theorie in dem zu erwartenden Sinne erkennen lassen. Da das diesen Rechnungen zugrunde gelegte Kontaktmodell praktisch weitgehend realisierbar ist, dürften die hier gewonnenen Ergebnisse für die zeitliche Erwärmung im Kontakt allgemeine Bedeutung besitzen.

### 3. Zusammenfassung

Es wird eine strenge Berechnung des zeitlichen Temperaturverlaufes in elektrischen Abhebekontakten beim Einschalten eines elektrischen Stromes gegeben. Dabei wird eine ebene kreisförmige Kontaktfläche aus beiderseits gleichem Metall vorausgesetzt. Bei der bisherigen Behandlung dieses Problems von R. Holm wurde die Kontaktfläche durch eine unendlich gut leitende

Kugel ersetzt, ein Modell, das nicht realisierbar ist. Die Lösung des Problems wird mit Hilfe der Greenschen Funktion der Wärmeleitungsgleichung gewonnen. Es ergeben sich dabei Integrale, die zum Teil numerisch gelöst werden. Die Ergebnisse zeigen, daß — besonders für sehr kleine Zeiten — erhebliche Abweichungen gegenüber den bisherigen Rechnungen auftreten. Der Vergleich unserer Rechnungen mit Meßergebnissen von Fink und Körner liefert eine ausgezeichnete Übereinstimmung.

### Literatur

- 1) R. Holm, Die technische Physik der elektrischen Kontakte. Berlin, Springer-Verlag 1941.
- 2) Diplomarbeit des cand. phys. G. Zielasek, Braunschweig 1952.
- 3) R. Gans, Ann. d. Phys. **20** (1906), S. 325/326.
- 4) H. G. Dawson, On the Numerical Value of  $\int_0^h e^{x^2} dx$ . Proc. of the London Math. Soc. **29**, 1897 bis 1898.
- 5) F. Stäblein und R. Schläfer, Numerische Berechnung von  $y(x) = e^{-x^2} \cdot \int_0^x e^{t^2} dt$  Z. angew. Math. Mech. Bd. 23, Nr. 1, Febr. 1943 (unter: Kleine Mitteilungen).
- 6) E. Justi, Leitfähigkeit und Leitungsmechanismus fester Stoffe. Göttingen 1948.
- 7) H. P. Fink und H. Körner, Wiss. Veröff. d. Siemens Konz. Bd. 19 (1940) S. 280 bis 290.